

任意位移模式刚性挡土墙土压力研究

卢坤林, 朱大勇, 杨 扬

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 合肥 230009)

摘 要: 改进了水平层分析法, 用于计算任意位移模式的土压力分布。对不同位移模式下水平微分单元进行受力分析, 认为位移模式只影响了层间等效内摩擦角。根据前人提出的内摩擦角逐渐发挥的概念, 将层间等效内摩擦角与挡土墙位移模式联系起来, 并应用到水平层分析法中, 实现了能够定量反映位移模式的土压力计算方法。分析表明: 随位移模式变化, 土压力合力大小始终保持不变且与库仑理论计算结果相一致, 土压力分布和合力作用点则变化显著。试验数据验证了方法的合理性和可靠性。研究成果可供刚性挡土墙土压力计算参考。

关 键 词: 挡土墙; 土压力; 位移模式; 水平层分析法; 等效内摩擦角

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Study of earth pressure against rigid retaining wall with arbitrary displacement modes

LU Kun-lin, ZHU Da-yong, YANG Yang

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: The method of level-layer analysis is improved to calculate the earth pressure with arbitrary displacement modes. By the stress analysis of the differential element under different displacement modes, it is supposed that the displacement mode only influences the equivalent internal friction angle of interlayer. And the relationship between them is incorporated into the method of level-layer analysis with the existing concept that the internal friction angle acts gradually; and then a new calculation method of earth pressure that quantifies the displacement mode is proposed. Further study indicates that the resultant earth pressure is independent from displacement mode and consistent with the results of Coulomb's theory; but the distribution of earth pressure and the point of application of the resultant earth pressure vary greatly with the displacement mode. The results are in agreement with the experimental ones. So the presented method can be a reference for the calculation of rigid retaining walls.

Key words: retaining wall; earth pressure; displacement mode; method of level-layer analysis; equivalent internal friction angle

1 引 言

大量的试验^[1-4]已经证实刚性挡土墙位移模式对土压力的分布和合力作用点高度影响显著, 以 Matsuzawa^[5]、Chang^[6]、王元战^[7]、徐日庆^[8-10]等为代表的研究团队也在这一问题上开展了大量卓有成效的理论研究。

随着对土拱效应认识的不断深入, Paik^[11]和应宏伟^[12]等建立了平动模式下考虑土拱效应的主动土压力计算方法, 而李永刚^[13]和Dalvi^[14]等则讨论了被动土压力计算; 彭述权等^[15]针对绕顶转动模式, 研究了考虑土拱效应的土压力分布。

综上所述, 目前关于挡土墙不同位移模式土压力计算理论大多局限于只研究 3 种特殊情况: 平动(T)、绕顶转动(RT)和绕底转动(RB)。事实上, 挡土墙位移模式更多情况属于平移和转动共存, 即RBT和RTT模式, 而此类研究成果较少, 研究尚不充分。因此, 系统地研究任意位移模式下土压力的分布是有必要的。

文献[16]将土体看作是一系列弹簧和理想刚塑性组合体, 改进了库仑理论, 提出了不同位移模式下挡土墙主动土压力计算方法。而本文通过解析式量化位移模式, 根据Chang^[6]提出的内摩擦角逐渐发挥的概念, 将层间等效内摩擦角与挡土墙位移模式

联系起来, 应用到水平层分析法中, 实现了能够定量反映位移模式的土压力计算方法。该方法能够很好地反映位移模式对土压力分布和合力作用点的影响, 具有概念清楚、公式简单的特点。

2 位移模式与层间等效内摩擦角

对于刚性挡土墙而言, 墙体的位移模式可归纳为 5 类^[16], 如图1所示。为了定量地描述挡土墙的位移模式, 定义:

$$n = \frac{s_{\text{下}} - s_{\text{上}}}{s_{\text{max}}} \quad (1)$$

式中: $s_{\text{上}}$ 和 $s_{\text{下}}$ 分别为挡土墙墙顶和底部的水平位移; s_{max} 为挡土墙最大水平位移, 在RBT模式下 $s_{\text{max}} = s_{\text{上}}$; 在RTT模式下, $s_{\text{max}} = s_{\text{下}}$ 。

n 的变化范围为 $[-1, 1]$, 可以定量描述任一位移模式。 $n = -1$ 时, 为RB模式; $-1 < n < 0$ 时, 为RBT模式; $n = 0$ 时, 为T模式; $0 < n < 1$ 时, 为RTT模式; $n = 1$ 时, 为RT模式。

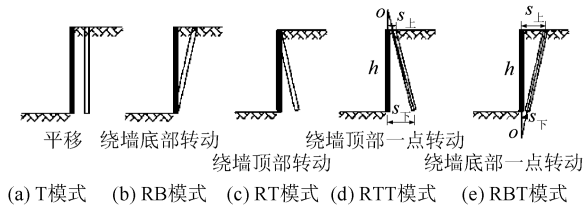


图1 挡土墙位移模式示意图^[16]

Fig.1 Displacement modes of rigid retaining wall

运用水平层分析法计算不同位移模式下土压力分布时, 水平微分单元受力分析情况列于图2中。由图2可以看出, 不论是主动还是被动情况, 不同位移模式下, 只有水平微分单元中层间剪应力的方向和大小发生变化, 而层间剪应力 $\tau_{av} = \sigma_{av} \tan \varphi'$, φ' 为层间等效内摩擦角, 是由相邻水平微分单元间错动趋势程度决定的。具体而言, $|n|$ 越大, 相邻水平微分单元间错动趋势程度越大, φ' 越大。也就是说, $n = 0$ 时, φ' 最小为0; $n = \pm 1$ 时, φ' 最大。

当 $n = \pm 1$ 极限状态时, 水平微分单元间错动趋势程度最大, 但尚未能形成水平滑动面, 因为库仑理论的滑面并非水平面。也就是说, 此时的层间等效内摩擦角 φ' 最大, 但仍小于土体的内摩擦角 φ , 可以表示为

$$\varphi'_{\text{max}} = \xi \varphi \quad (2)$$

式中: φ'_{max} 为层间等效内摩擦角的最大值; ξ 为折减系数, 其值介于0~1之间, 具体取值尚待研究。

依据Chang^[6]提出的土体内摩擦角逐渐发挥的

概念, φ' 是 n 的连续函数关系, 可以表示为

$$\tan \varphi' = n \tan(\xi \varphi) \quad (3)$$

$n = 0$ 时, $\varphi' = 0$; $n = 1$ 时, $\varphi' = \xi \varphi$; $n = -1$ 时, $\varphi' = -\xi \varphi$ 。负号是为了便于下文统一计算公式。

至此, 将位移模式和层间等效内摩擦角联系起来, 这是研究任意位移模式土压力分布的前提。

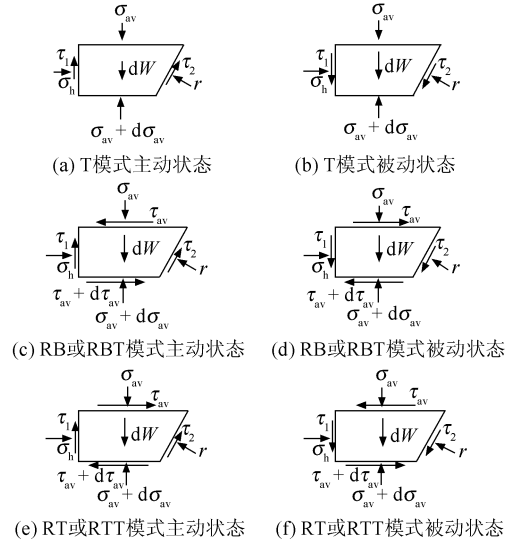


图2 微分单元受力分析

Fig.2 Analysis of differential elements

3 任意位移模式主动土压力计算

以墙背直立、填土面水平情况为例, 利用水平层分析法计算挡土墙土压力, 在分析模型中任取一厚度为 dy 的水平微分单元, 考虑到挡土墙可能发生的位移模式以及移动方向的不同, 作用在其微分单元上的应力及方向也有所不同, 将其归纳于图2中。

观察图2, 不同位移模式下, 只有水平微分单元中层间剪应力发生变化, 可以将不同位移模式下土压力计算公式统一。

3.1 基本方程的建立

先不妨以RT(RTT)模式为基本分析模式。微分单元受力情况如图2所示, 由水平方向力平衡得^[17]

$$\sigma_h \tan \beta_a + \tau_2 - r \tan \beta_a + \tau_{av} - (H - y) \frac{d\tau_{av}}{dy} = 0 \quad (4)$$

式中: y 为水平微分单元距挡土墙顶距离; H 为挡土墙墙高; β_a 为库仑破裂面与水平面之间的夹角, $\beta_a = \arctan[\tan \varphi + \sqrt{\tan^2 \varphi + \tan \varphi \cot(\varphi + \delta)}]$ 。

由竖直方向力平衡得

$$\frac{d\sigma_{av}}{dy} = \gamma + \frac{1}{H - y} [\sigma_{av} - r - (\tau_1 + \tau_2) \tan \beta_a] \quad (5)$$

式中: γ 为土体重度。

将 $\tau_{av} = \sigma_{av} \tan \varphi'$ 、 $\sigma_h = K_{aw} \sigma_{av}$ 、 $\tau_l = \sigma_h \tan \delta$ 和 $\tau_2 = r \tan \varphi$ 代入式 (4) 和式 (5)，整理得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_{av}}{dy} &= (1 - aK_{aw}) \frac{\sigma_{av}}{H-y} + b\gamma \\ a &= \frac{\cos(\beta_a - \varphi - \delta) \cos \varphi' \tan \beta_a}{\sin(\beta_a - \varphi - \varphi') \cos \delta} \\ b &= \frac{\sin(\beta_a - \varphi) \cos \varphi'}{\sin(\beta_a - \varphi - \varphi')} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式 (6) 中的 K_{aw} 为主动侧压力系数，有别于通常意义上的主动土压力系数。Paik^[11]曾建议：

$$K_{aw} = \frac{3(N \cos^2 \theta_a + \sin^2 \theta_a)}{3N - (N-1) \cos^2 \theta_a} \quad (7)$$

式中： $\theta_a = \arctan \left[\frac{(N-1) + \sqrt{(N-1)^2 - 4N \tan \delta}}{2 \tan \delta} \right]$ ；

$N = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$ 。

式 (6) 即为 RT (RTT) 模式下的基本微分方程，而对于 T 和 RB (RBT) 模式也可以归并进来。比较 RT (RTT) 和 RB (RBT) 模式，差异仅为层间剪应力方向相反，只需要令式 (6) 中 φ' 为负，即可演化为 RB (RBT) 模式下的基本微分方程，而由式 (3) 可以发现，RB (RBT) 模式下 φ' 取值亦然为负值，故在式 (6) 中无需改变。T 模式下， $n=0$ ， $\varphi'=0$ ，可以看作式 (6) 的一个特殊情况。因此，式 (6) 完全可以作为任意位移模式下主动土压力的基本微分方程。

3.2 主动土压力分布

式 (6) 满足边界条件 $y=0$ 时， $\sigma_{av}=0$ 的解为

$$\sigma_{av} = \frac{b\gamma H}{2 - aK_{aw}} \left[\left(\frac{H-y}{H} \right)^{aK_{aw}-1} - \left(\frac{H-y}{H} \right) \right] \quad (8)$$

作用于挡土墙上的水平土压力为

$$\sigma_h = \frac{bK_{aw}\gamma H}{2 - aK_{aw}} \left[\left(\frac{H-y}{H} \right)^{aK_{aw}-1} - \left(\frac{H-y}{H} \right) \right] \quad (9)$$

式 (9) 中暗含有描述位移模式的参数 n ，可以获得任意位移模式下主动土压力分布。

图 3 给出了位移模式参数 n 所对应的主动土压力分布。计算参数为： $\varphi=30^\circ$ ， $\delta=\varphi/2$ ， $\xi=0.8$ 。由图可见：①主动土压力分布呈明显非线性；②位移模式对主动土压力分布有较大的影响，随着 n 逐渐增大，主动土压力分布从向下凹逐渐过渡为向上凸；③主动土压力分布形态与试验结果^[1]基本一致。

3.3 主动土压力合力大小及作用点高度

主动土压力的合力大小为

$$E_a = \int_0^H \frac{\sigma_h}{\cos \delta} dy = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin(\beta_a - \varphi) \cot \beta_a}{\cos(\beta_a - \varphi - \delta)} \quad (10)$$

式 (10) 中不包含描述位移模式的参数 n ，说明位移模式不影响主动土压力合力大小。另外，式 (10) 得到的主动土压力合力等于库仑主动土压力合力。

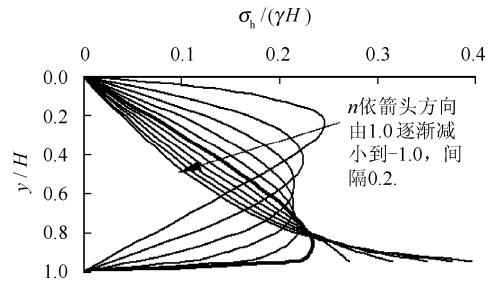


图3 不同 n 对应的主动土压力分布
Fig.3 Distribution of active earth pressure for different values of n

主动土压力的合力作用点高度为

$$H_a = \frac{\int_0^H (H-y) \sigma_h dy}{\int_0^H \sigma_h dy} = \frac{2aK_{aw}}{aK_{aw} + 1} \frac{H}{3} \quad (11)$$

式 (11) 中也暗含有描述位移模式的参数 n ，因此，位移模式不但影响主动土压力的分布，还影响合力作用点高度。

图 4 给出了图 3 主动土压力分布所对应的合力作用点高度。可以看出，位移模式对土压力合力作用点高度影响也比较显著，作用点高度呈现 $RT > RTT > T > RBT > RB$ 的变化规律，这也与试验结论^[1]相吻合。

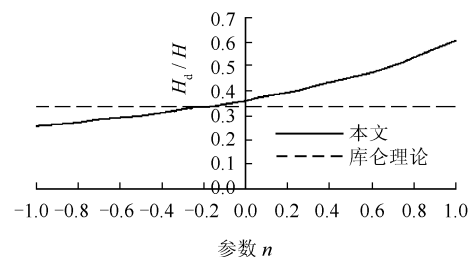


图4 不同 n 对应的主动土压力合力作用点高度
Fig.4 Curves of value of n vs. point of application of resultant active earth pressure

4 任意位移模式被动土压力计算

4.1 基本方程的建立

仍以 RT (RTT) 模式为基本分析模式。水平微分单元受力分析见图 2，分析过程也和主动情况类似。根据水平方向和竖直方向力平衡可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_{av}}{dy} &= (1 - cK_{pw}) \frac{\sigma_{av}}{H-y} + d\gamma \\ c &= \frac{\cos(\beta_p + \varphi + \delta) \cos \varphi' \tan \beta_p}{\sin(\beta_p + \varphi + \varphi') \cos \delta} \\ d &= \frac{\sin(\beta_p + \varphi) \cos \varphi'}{\sin(\beta_p + \varphi + \varphi')} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $\beta_p = \arctan[-\tan \varphi + \sqrt{\tan^2 \varphi + \tan \varphi \cot(\varphi + \delta)}]$ 。

式(12)中的 K_{pw} 为被动侧压力系数, Dalvi^[14] 采用Paik的分析思路给出了计算公式:

$$K_{pw} = \frac{3(M \cos^2 \theta_p + \sin^2 \theta_p)}{3M - (M-1) \cos^2 \theta_p} \quad (13)$$

$$\text{式中: } \theta_p = \arctan \left[\frac{(1-M) + \sqrt{(1-M)^2 - 4M \tan \delta}}{2 \tan \delta} \right],$$

$$M = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)。$$

同理, 对于 T 和 RB (RBT) 模式也可以归并到式(12)中。因此, 式(12)完全可以作为任意位移模式下被动土压力的基本微分方程。

4.2 被动土压力分布、合力大小及作用点高度

求解式(12)并考虑边界条件: $y=0$ 时, $\sigma_{av}=0$ 得到被动土压力的分布、合力大小及作用点高度分别为

$$\sigma_h = \frac{dK_{pw}\gamma H}{2 - cK_{aw}} \left[\left(\frac{H-y}{H} \right)^{cK_{pw}-1} - \left(\frac{H-y}{H} \right) \right] \quad (14)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin(\beta_p + \varphi) \cot \beta_p}{\cos(\beta_p + \varphi + \delta)} \quad (15)$$

$$H_p = \frac{2cK_{pw}}{cK_{pw} + 1} \frac{H}{3} \quad (16)$$

式(14)和式(16)中包含了反映位移模式参数 n , 而式(15)中不含有位移模式参数 n 。因此, 位移模式影响着被动土压力的分布和合力作用点高度, 但不影响合力大小。

图 5 和图 6 给出了位移模式参数 n 所对应的被动土压力分布及合力作用点高度。计算参数为: $\varphi = 30^\circ$, $\delta = \varphi/6$, $\xi = 0.8$ 。由图可见: ①被动土压力分布呈现明显非线性; ②位移模式对被动土压力分布和合力作用点高度的影响比较显著, 作用点高度呈现 $RB > RBT > T > RTT > RT$; ③被动土压力的分布和合力作用点的变化规律基本与试验结论^[2-3]相一致。

5 折减系数 ξ 对土压力的影响

由于式(2)中的折减系数 ξ 的取值尚待研究,

而其值又包含在土压力分布和合力作用点的计算公式中, 本节定性地讨论折减系数 ξ 对土压力分布、合力大小及作用点的影响。

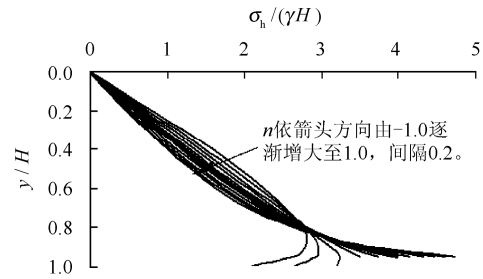


图5 不同 n 对应的被动土压力分布

Fig.5 Distribution of passive earth pressure for different values of n

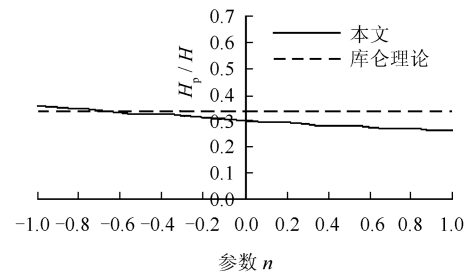


图6 不同 n 对应的被动土压力合力作用点高度

Fig.6 Curves of value of n vs. point of application of resultant passive earth pressure

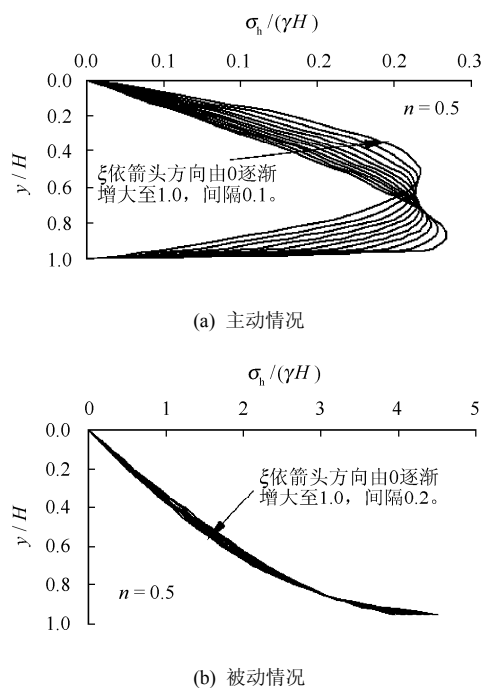
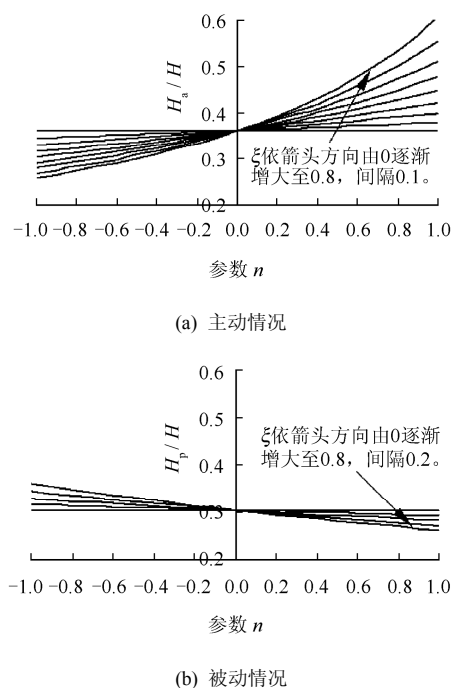
由于合力大小计算公式中不包含折减系数 ξ , 因此, ξ 对土压力合力大小无影响, 且等于库仑土压力理论得到的土压力合力大小。

图 7 给出了 $n=0.5$ 时, 折减系数对主动和被动土压力分布的影响(计算参数同前文, 下同)。可以看出, 折减系数对主动土压力分布影响较大, 而对被动土压力分布影响相对较小。

图 8 给出了折减系数对土压力合力作用点的影响。①在 $|n|$ 较小时, ξ 对合力作用点影响甚微; 随着 $|n|$ 的逐渐增大, 影响也逐渐显著。② ξ 对主动土压力的合力作用点高度的影响较被动情况明显。③ ξ 对 RTT (RT) 模式的影响大于 RBT (RB) 模式, 对 T 模式无影响。④ ξ 越大, 主动情况下, RTT (RT) 模式合力作用点高度逐渐提升, 而 RBT (RB) 模式则逐渐降低; 被动情况下, RBT (RB) 模式合力作用点高度逐渐提升, 而 RTT (RT) 模式则逐渐降低。

6 与试验对比分析

Fang 等^[1]通过模型试验系统地测试了不同位移模式下主动土压力合力作用点位置, 如图 9 所示。应用本文方法计算的合力作用点也标识在图 9 中。可以看出, 计算结果与实测数据吻合较好, 说明方

图7 折减系数 ξ 对土压力分布的影响Fig.7 Effect of reduction factor ξ on distribution of earth pressure图8 折减系数 ξ 对土压力合力作用点高度的影响Fig.8 Effect of reduction factor ξ on point of resultant earth pressure

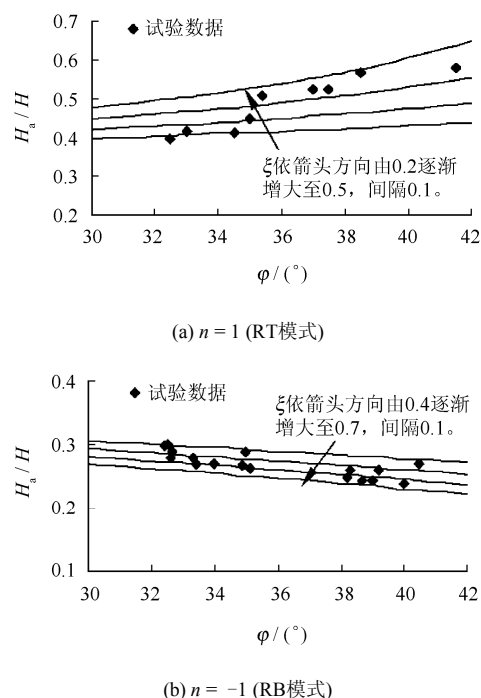
法的合理性。

对于本例而言, RB模式下折减系数下限为0.4, 上限为0.7, RT模式下折减系数的取值介于0.2~0.5之间是恰当的。

7 结论

(1) 提出了定量计算任意位移模式的土压力

计算方法, 能够很好地反映位移模式对土压力分布和合力作用点的影响。

图9 不同位移模式主动土压力合力作用点高度与试验对比
Fig.9 Comparison of point of resultant earth pressure with different displacement modes

(2) 位移模式对土压力分布有着显著的影响。主动情况下 RBT 模式土压力分布向下凹, RTT 模式土压力分布向上凸; 被动情况下RBT模式土压力分布向上凸, RTT 模式土压力分布向下凹。

(3) 位移模式对土压力合力大小无影响, 但对合力作用点高度有明显的影响。主动情况下, 作用点高度呈现 $RT > RTT > T > RBT > RB$ 的变化规律, 而被动情况则呈现 $RB > RBT > T > RTT > RT$ 。

(4) 折减系数 ξ 对计算结果影响较大, 初步认为, 可以通过试验数据反演或经验取值, 目前具体确定方法正在研究中, 尚未得到可靠的取值方法。

参考文献

- [1] FANG Y S, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements[J]. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1986, 112(3): 317—333.
- [2] FANG Y S, CHEN T J, WU B F. Passive earth pressure with various wall movements[J]. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1994, 120(8): 1307—1323.
- [3] 徐日庆, 陈页开, 杨仲轩, 等. 刚性挡土墙被动土压力模型试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(5): 569—575.

- XU Ri-qing, CHEN Ye-kai, YANG Zhong-xuan, et al. Experimental research on the passive earth pressure acting on a rigid retaining wall[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(5): 569—575.
- [4] 周应英, 任美龙. 刚性挡土墙主动土压力的试验研究[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(2): 19—26.
ZHOU Ying-ying, REN Mei-long. An experimental study on active earth pressure behind rigid retaining wall[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1990, 12(2): 19—26.
- [5] MATSUZAWA H, HARARIKA H. Analyses of active earth pressure against rigid retaining walls subjected to different modes of movement[J]. **Soils and Foundations**, 1996, 36(3): 51—65.
- [6] CHANG M F. Lateral earth pressures behind rotating walls[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1997, 34(4): 498—509.
- [7] WANG Y Z. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. **Geotechnique**, 2000, 50(1): 83—88.
- [8] 徐日庆, 龚慈, 魏纲. 考虑平动位移效应的刚性挡土墙土压力理论[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(1): 119—122.
XU Ri-qing, GONG Ci, WEI Gang. Theory of earth pressure against rigid retaining walls considering translational movement effect[J]. **Journal of Zhejiang University(Engineering Science)**, 2005, 39(1): 119—122.
- [9] 龚慈, 俞建霖, 徐日庆, 等. 绕墙底向外转动刚性挡土墙的土压力计算[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(11): 1690—1694.
GONG Ci, YU Jian-lin, XU Ri-qing, et al. Calculation of earth pressure against rigid retaining wall rotating outward about base[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 2005, 39(11): 1690—1694.
- [10] 龚慈, 魏纲, 徐日庆. RT 模式下刚性挡墙土压力计算方法研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(9): 1588—1592.
GONG Ci, WEI Gang, XU Ri-qing. Earth pressure against rigid retaining wall rotating about top[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(9): 1588—1592.
- [11] PAIK K H, SALGADO R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effect[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(7): 643—653.
- [12] 应宏伟, 蒋波, 谢康和. 考虑土拱效应的挡土墙主动土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 717—722.
YING Hong-wei, JIANG Bo, XIE Kang-he. Distribution of active earth pressure against retaining walls considering arching effects[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(5): 717—722.
- [13] 李永刚. 挡土墙被动土压力研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 273—276.
LI Yong-gang. Study on passive earth pressure of retaining wall[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(2): 273—276.
- [14] DALVI R S, BHOSALE S S, PISE P J. Analysis for passive earth pressure-catenary arch in soil[J]. **Indian Geotechnical Journal**, 2005, 35(4): 388—400.
- [15] 彭述权, 周健, 樊玲, 等. 考虑土拱效应刚性挡土墙土压力研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2701—2707.
PENG Shu-quan, ZHOU Jian, FAN Ling, et al. Research on earth pressure of rigid retaining wall considering soil arching[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(10): 2701—2707.
- [16] 彭述权, 刘爱华, 樊玲. 不同位移模式刚性挡墙主动土压力研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(1): 32—35.
PENG Shu-quan, LIU Ai-hua, FAN Ling. Active earth pressure for rigid retaining walls with different displacement modes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(1): 32—35.
- [17] 卢坤林, 朱大勇, 杨扬. 考虑土拱效应的非极限主动土压力计算方法[J]. 中国公路学报, 2010, 23(1): 19—25.
LU Kun-lin, ZHU Da-yong, YANG Yang. Calculation method of active earth pressure under non-limit state considering soil arching effects[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 23(1): 19—25.